

Коржнев Станислав Владимирович
аспирант, ФГБОУ ВО «Финансовый универ-
ситет при Правительстве Российской Федера-
ции», г. Москва, Российская Федерация

ORCID: 0000-0003-1540-0827

e-mail: korjnev_stas@mail.ru

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ИНВЕСТОРА И ДОВЕРИТЕЛЬНОГО УПРАВЛЯЮЩЕГО С НЕЛИНЕЙНЫМИ ФУНКЦИЯМИ

Аннотация. Статья посвящена изучению взаимодействия между инвестором и доверительным управляющим. Между инвестором и доверительным управляющим существует асимметрия информации, обуславливающая необходимость создания модели, которая позволила бы инвестору хотя бы частично эту асимметрию преодолеть и получить информацию о качестве услуги. В предыдущих работах автором была предложена теоретическая модель, описывающая данное взаимодействие с линейными функциями. В настоящей работе разработана модель с нелинейными функциями и сопоставлены выводы линейной и нелинейной модели. В итоге выводы моделей с линейными и нелинейными функциями относительно характера зависимости между комиссией и факторами, используемыми в модели, оказались одинаковыми.

Ключевые слова: рынок акций, управление активами, портфельные инвестиции, финансовые рынки, инвестиционные фонды, оценка результатов, прибыльность, торговые стратегии, поведенческие финансы, математическое моделирование.

Цитирование: Коржнев С.В. Моделирование взаимодействия инвестора и доверительного управляющего с нелинейными функциями // Вестник университета. 2020. № 3. С. 143–148.

MODELING OF INTERACTION BETWEEN AN INVESTOR AND A TRUST MANAGER WITH NONLINEAR FUNCTIONS

Abstract. The article is devoted to studying interaction between investor and trust manager. There is an information asymmetry between the investor and the trust manager, which makes it necessary to create a model that would allow the investor to overcome this asymmetry at least partially and get information about the quality of the service. In previous researches, the author proposed a theoretical model, describing this interaction with linear functions. In this paper, a model with nonlinear functions has been created and the conclusions of the linear and the nonlinear models have been compared. As a result, the conclusions of models with linear and nonlinear functions regarding the nature of the relationship between the commission and the factors used in the model were the same.

Keywords: stock market, asset management, portfolio investments, financial markets, mutual funds, performance evaluation, profitability, trading strategies, behavioral finance, mathematical modeling.

For citation: Korzhnev S.V. (2020) Modeling of interaction between an investor and a trust manager with nonlinear functions. *Vestnik universiteta*. I. 3, pp. 143–148. DOI: 10.26425/1816-4277-2020-3-143-148

Изучение деятельности управляющих фондов – распространенная тема исследований в настоящее время. Ряд исследований посвящен изучению различных проявлений оппортунистического поведения, например, в работе «Learning the tape: Evidence of gaming behavior in equity mutual funds» изучается завышение котировок, удерживаемых в портфеле фонда акций в конце квартала [5]. В течение продолжительного времени исследователи считали, что долгосрочная средняя доходность инвестиционных фондов совпадает со средней рыночной доходностью с поправкой на комиссию фонда и на степень рискованности активов. Однако

© Коржнев С.В., 2020. Статья доступна по лицензии Creative Commons «Attribution» («Атрибуция») 4.0. всемирная (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

The Author(s), 2020. This is an open access article under the CC BY 4.0 license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).



в работе «The value of active mutual fund management: An examination of the stockholdings and trades of fund managers» было показано, что в значительном числе инвестиционных фондов менеджеры обладают определенной статистически значимой способностью отбирать в свой портфель акции, которые в следующем после покупки периоде показывают доходность выше рыночной, и избавляться от тех акций, которые в следующем после продажи периоде показывают доходность ниже рыночной [6]. В работе «Should investors avoid all actively managed funds? A study in Bayesian performance evaluation» было показано, что результаты активно управляемых (то есть, достаточно часто пересматривающих состав портфеля) фондов в среднем лучше, и они привлекают больше средств инвесторов [4]. В исследовании «Can mutual fund Managers pick stocks? Evidence from their trades prior to earnings announcements» авторы пришли к выводу, что в среднем отчетность компаний, акции которых приобретают менеджеры фондов, оказывается лучше ожиданий аналитиков, а те компании, от акций которых менеджеры избавляются, в следующем квартале в среднем показывают отчетность хуже ожиданий аналитиков [3].

Но если существуют фонды, стабильно обыгрывающие рынок, то берут ли эти фонды более высокую плату за управление? В работе «Incentive fees and mutual funds» проведено сравнение результатов фондов, выплачивающих менеджерам премии за высокие результаты, и, следовательно, имеющих относительно высокую плату за управления, с результатами фондов, не выплачивающих подобные премии и взимающих относительно низкую комиссию [7]. Авторы выявили, что фонды, управляющие которых получают премии, показывают более высокие результаты и привлекают больше новых клиентов. Однако другой вывод авторов состоит в том, что при наличии премий управляющие имеют склонность принимать большие риски. Авторы пришли к таким выводам, исходя из статистического анализа; модели, которая бы объясняла поведение управляющих, они не приводят.

Между инвестором и доверительным управляющим существует асимметрия информации, которая и обуславливает необходимость создания модели, позволяющей инвестору хотя бы частично эту асимметрию преодолеть.

Модель, описывающая взаимодействие инвестора и доверительного управляющего на фондовом рынке, была представлена в предыдущих работах автора: «Означает ли более высокий размер комиссии более высокое качество услуги на рынке доверительного управления?» и «Моделирование экономического взаимодействия инвестора и доверительного управляющего», также в них было найдено ее решение для линейных функций [1; 2]. Ее основные предпосылки следующие.

Предпосылки поведения инвестора:

- 1) $G(f)$ – спрос инвестора на услуги управляющего, $G'(f) < 0$, $G(1) \leq 0$, где f – размер комиссии в виде доли от активов;
- 2) инвестору неизвестно распределение доходностей стратегии управляющего;
- 3) инвестор может получить информацию о нем только по результатам работы с управляющим;
- 4) получив результат работы за год, инвестор решает, продолжать ли сотрудничество с управляющим. Его решение носит вероятностный характер. $P(r)$ – вероятность продолжения работы, где r – доходность за последний год, $P'(r) > 0$.

Предпосылки поведения управляющего:

- 1) у управляющего есть своя стратегией с уникальным распределением доходности;
- 2) распределение доходности стратегии постоянно во времени и известно управляющему;
- 3) функция зависимости вероятность ухода инвестора от полученной доходности также известна управляющему;
- 4) размер комиссии выбирает управляющий, она взимается в форме доли от активов f ($1 < f < 0$);
- 5) размер комиссии устанавливается в начале сотрудничества и после этого не изменяется;
- 6) управляющий владеет информацией о функции спроса инвестора на его услуги;
- 7) управляющий максимизирует свой приведенный доход (по математическому ожиданию), выбирая оптимальный для себя размер f .

Полностью модель можно представить в виде уравнений дохода инвестора (1), дохода управляющего (2), вероятности ухода инвестора (3) и задачи управляющего (4):

$$W_t = G(f) \left(\prod_{u=1}^t (1 + r_u) \right) (1 - f)^t. \quad (1)$$

$$y_t = W_{t-1}(1 + r_t)f. \quad (2)$$

$$fl_t = \begin{cases} P(fl_t = 0) = P\left(\frac{W_t}{W_{t-1}} - 1\right) = P[(1 + r_t)(1 - f) - 1] \\ P(fl_t = 1) = 1 - P\left(\frac{W_t}{W_{t-1}} - 1\right) = 1 - P[(1 + r_t)(1 - f) - 1] \end{cases} \quad (3)$$

$$fl_t = 1 \rightarrow st = t.$$

$$\max_f E\left(\sum_{j=1}^{st} \frac{y_j}{(1+i)^j}\right) \quad (4)$$

$$0 < f < 1,$$

где f – размер комиссии в виде доли от активов; $G(f)$ – функция спроса инвестора на услуги управляющего от размера комиссии f ; r_j – доходность стратегии за год j ; $P(r)$ – вероятность ухода инвестора при результате за год r ; i – ставка дисконтирования; t – текущий год; W_t – стоимость активов инвестора по окончании года t ; y_t – вознаграждение управляющего за год t ; fl_t – техническая переменная, принимающая значение 0, если инвестор решает продолжить работу после года t , или 1, если инвестор решает расторгнуть договор; st – техническая переменная, год, в котором инвестор решает прекратить сотрудничество.

После преобразований задачу управляющего можно записать в виде формулы (5):

$$\max_f \left(E \left(G(f) \sum_{t=1}^{\infty} \frac{\left(\prod_{l=2}^t P[(1 + r_{l-1})(1 - f) - 1] \right) \left(\prod_{u=1}^t (1 + r_u) \right) (1 - f)^{t-1} f}{(1+i)^t} \right) \right) \quad (5)$$

$$0 < f < 1.$$

Чтобы решить эту задачу, необходимо сделать предпосылки о виде функций $G(f)$ и $P(r)$. В предыдущей работе мы предполагали линейность этих функций [1]. Теперь посмотрим, изменятся ли выводы, если их вид будет нелинейным. Предположим, что функция $G(f)$ имеет вид формулы (6):

$$G(f) \cong S - kf + qf^2. \quad (6)$$

Аналогичным образом представим и вероятность того, что инвестор примет решение продолжить работу, в виде формулы (7):

$$P[(1 + r_t)(1 - f) - 1] \cong 1 - P_A - pf + zf^2. \quad (7)$$

После преобразований задача управляющего (5) примет вид (8):

$$\max_f \left(\frac{Sf - kf^2 + qf^3}{\frac{i - \bar{r}}{1 + \bar{r}} + P_A + (1 - P_A + p)f - (p + z)f^2 - zf^3} \right) \quad (8)$$

$$0 < f < 1,$$

где f – размер комиссии в виде доли от активов; $\bar{r}$ – средняя годовая доходность стратегии; i – ставка дисконтирования; S, k, P_A, p, q, z – коэффициенты из уравнений (6) и (7).

Определим эту функцию как $U(f)$. $U(0) = 0$, $U(0 + \varepsilon) > 0$, где $\varepsilon > 0$, $\varepsilon \rightarrow 0$. Рассмотрим поведение функции $U(f)$ на промежутке $[0; 1]$, так как $0 < f < 1$. Ее производная описывается формулой (9):

$$U'(f) = \left(\frac{Sf - kf^2 + qf^3}{\frac{i - \bar{r}}{1 + \bar{r}} + P_A + (1 - P_A + p)f - (p + z)f^2 - zf^3} \right)' =$$

$$= \frac{S \left(\frac{i - \bar{r}}{1 + \bar{r}} + P_A \right) - 2k \left(\frac{i - \bar{r}}{1 + \bar{r}} + P_A \right) f + \left(3q \left(\frac{i - \bar{r}}{1 + \bar{r}} + P_A \right) + S(p + z) - k(1 - P_A + p) \right) f^2}{\left(\frac{i - \bar{r}}{1 + \bar{r}} + P_A + (1 - P_A + p)f - (p + l)f^2 - zf^3 \right)^2} +$$

$$+ \frac{2(q(1 - P_A + p) + Sz)f^3 - (kz + q(p + z))f^4}{\left(\frac{i - \bar{r}}{1 + \bar{r}} + P_A + (1 - P_A + p)f - (p + l)f^2 - zf^3 \right)^2}. \quad (9)$$

Поскольку $0 < f < 1$, нас интересуют не все корни этой функции, а только попадающие в этот промежуток. В этом промежутке чем выше степень, тем меньше влияние слагаемого на функцию. Потому слагаемые с f^3 и f^4 слабо влияют на поведение функции в ε -окрестности оптимального решения. Потому мы можем упростить функцию (9) до вида (10):

$$U'(f) \cong \frac{S \left(\frac{i - \bar{r}}{1 + \bar{r}} + P_A \right) - 2k \left(\frac{i - \bar{r}}{1 + \bar{r}} + P_A \right) f + \left(3q \left(\frac{i - \bar{r}}{1 + \bar{r}} + P_A \right) + S(p + z) - k(1 - P_A + p) \right) f^2}{\left(\frac{i - \bar{r}}{1 + \bar{r}} + P_A + (1 - P_A + p)f - (p + l)f^2 - zf^3 \right)^2}. \quad (10)$$

Чтобы найти точки экстремума функции, приравняем числитель этой функции к нулю, получим уравнение (11):

$$S \left(\frac{i - \bar{r}}{1 + \bar{r}} + P_A \right) - 2k \left(\frac{i - \bar{r}}{1 + \bar{r}} + P_A \right) f + \left(3q \left(\frac{i - \bar{r}}{1 + \bar{r}} + P_A \right) + S(p + z) - k(1 - P_A + p) \right) f^2 = 0. \quad (11)$$

Учитывая, что коэффициент при f^2 – положительный, максимумом будет меньший из двух корней, второй из них, к тому же, больше 1. Потому, наше оптимальное значение f имеет вид (12):

$$f^* = \frac{\left(\frac{i - \bar{r}}{1 + \bar{r}} + P_A \right) - \sqrt{\left(\frac{i - \bar{r}}{1 + \bar{r}} + P_A \right)^2 - \frac{S}{k} \left(\frac{i - \bar{r}}{1 + \bar{r}} + P_A \right) \left(3 \frac{q}{k} \left(\frac{i - \bar{r}}{1 + \bar{r}} + P_A \right) + \frac{S}{k} (p + z) - (1 - P_A + p) \right)}}{3 \frac{q}{k} \left(\frac{i - \bar{r}}{1 + \bar{r}} + P_A \right) + \frac{S}{k} (p + z) - (1 - P_A + p)}, \quad (12)$$

где f^* – оптимальный размер комиссии в виде доли от активов; $\bar{r}$ – средняя годовая доходность стратегии; i – ставка дисконтирования; S, k, P_A, p, q, z – коэффициенты из уравнений (6) и (7).

Изучив влияние различных факторов на оптимальный размер комиссии, можно установить, что является причиной высокого или низкого оптимального значения. С этой целью в данном параграфе найдем производные оптимального решения по различным факторам модели. В итоге получим, что $f^*_{\bar{r}}(\bar{r}) < 0$, $f^*_{P_A}(P_A) > 0$, $f^*_{p}(p) < 0$, $f^*_{i}(i) > 0$, $f^*_{s}(s) > 0$, $f^*_{k}(k) < 0$.

Таким образом, выводы модели с нелинейными функциями не отличаются от выводов с модели с линейными функциями, представленных в работе [2]. Наиболее примечательны выводы модели о том, как влияют средняя доходность стратегии $\bar{r}$ и вероятность ухода инвестора при нулевой комиссии P_A на оптимальный уровень комиссии f^* .

Прямую зависимость между P_A и f^* можно интерпретировать следующим образом: болезненная реакция инвестора на временное снижение своего капитала, выражающаяся в относительно высокой вероятности ухода даже при небольшом снижении счета, приводит к тому, что управляющий предложит более высокую комиссию. При высоком значении параметра P_A высока роль случайности, и инвестор может завершить сотрудничество до того, как многолетняя средняя доходность $\bar{r}$ успеет проявиться. Поскольку велика роль случайности, для управляющего высокие доходы в ближайших периодах становятся важнее, чем доходы в отдаленных периодах. То есть, в таком случае его оптимальное значение f будет выше.

Зависимость между $\bar{r}$ и f^* в модели является обратной. Может показаться, что логичной выглядела бы прямая зависимость, поскольку обычно чем качественнее услуга (в данном контексте это означает стратегию с высокой $\bar{r}$), тем выше ее цена. Согласно подобной логике, более высокая комиссия объясняется тем, что и инвестор получает большую отдачу от своих инвестиций.

Тем не менее, модель дает противоположный вывод. Так происходит потому, что управляющий максимизирует свои доходы на длительном временном промежутке. Присутствие вероятности ухода инвестора вынуждает управляющего минимизировать ее и он, в том случае если уверен в ее долгосрочных результатах, идет на снижение комиссии. В противном случае оптимальным решением для управляющего будет высокая комиссия в начальных периодах, поскольку вероятность длительного сотрудничества с инвестором в таком случае будет мала даже при небольшом значении f .

Иными словами, если управляющий предлагает комиссию выше среднерыночного уровня, это является сигналом о невысокой доходности стратегии. Причина этого в том, между инвестором и управляющим присутствует асимметрия информации. Управляющие с невысокой средней доходностью пользуются этой асимметрией для получения доходов в начальных периодах.

Стоит отметить, что выводы, базирующиеся только на размере комиссии, могут оказаться неверными, необходимо также учитывать средний объем счетов, размер клиентского потока и бизнеса в целом, а также траты на маркетинг перед тем как сравнивать размер комиссии.

Однако то, как меняется поведение управляющего в том случае, если спрос на его услуги растет, как по причине роста рынка и энтузиазма инвесторов в целом, так и из-за успехов одной из стратегий данной компании за прошлый год, является определенным сигналом. Повышение ставок для новых клиентов в таких условиях является сигналом о его неуверенности в долгосрочной доходности стратегии. Напротив, сохранение ставок на прежнем уровне в такой ситуации сигнализирует о его ориентированности на длительную работу с инвестором.

Библиографический список

1. Коржнев, С. В. Означает ли более высокий размер комиссии более высокое качество услуги на рынке доверительного управления? // Аудит и финансовый анализ. – 2014. – № 1. – С. 120-127.
2. Коржнев, С. В. Моделирование экономического взаимодействия инвестора и доверительного управляющего // Финансы и Кредит. – 2014. – № 18 (594). – С. 50-60.
3. Baker, M., Litov, L., Wachter, J. Can mutual fund Managers pick stocks? Evidence from their trades prior to earnings announcements // Journal of Financial and Quantitative Analysis. – 2010. – No. 45. – Pp. 1111-1131.
4. Baks, K., Metrick, A., Wachter, J. Should investors avoid all actively managed funds? A study in Bayesian performance evaluation // Journal of Finance. – 2001. – No. 56. – Pp. 45-85.
5. Carhart, M., Kaniel, R., Musto, D., Reed, A. Learning the tape: Evidence of gaming behavior in equity mutual funds // Journal of Finance. – 2002. – No. 57. – Pp. 661-693.

6. Chen, H.-L., Jegadeesh, N., Wermers, R. The value of active mutual fund management: An examination of the stockholdings and trades of fund managers // Journal of Financial and Quantitative Analysis. – 2000. – No. 35. – Pp. 343-368.
7. Elton, E., Gruber, M., Blake, C. Incentive fees and mutual funds // Journal of Finance. – 2003. – No. 58. – Pp. 779-804.

References

1. Korzhnev S. V. Oznachaet li bolee vysokii razmer komissii bolee vysokoe kachestvo uslugi na rynke doveritel'nogo upravleniya? [*Does a higher commission fee means a higher quality of asset management?*]. Finansy i kredit [*Finance and Credit*], 2014, no. 1, pp. 50-60.
2. Korzhnev S. V. Modelirovanie ekonomicheskogo vzaimodeistviya investora i doveritel'nogo upravlyayushchego [*Modeling the economic interaction between investor and trust manager*]. Audit i finansovyi analiz, 2014, no. 18 (594), pp. 120-127.
3. Baker M., Litov L., Wachter J. Can mutual fund managers pick stocks? Evidence from their trades prior to earnings announcements. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 2010, no. 45, pp. 1111-1131.
4. Baks K., Metrick A., Wachter J. Should investors avoid all actively managed funds? A study in Bayesian performance evaluation. Journal of Finance, 2001, no. 56, pp. 45-85.
5. Carhart M., Kaniel R., Musto D., Reed A. Learning the tape: Evidence of gaming behavior in equity mutual funds. Journal of Finance, 2002, no. 57, pp. 661-693.
6. Chen H.-L., Jegadeesh N., Wermers R. The value of active mutual fund management: An examination of the stockholdings and trades of fund managers. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 2000, no. 35, pp. 343-368.
7. Elton E., Gruber M., Blake C. Incentive fees and mutual funds. Journal of Finance, 2003, no. 58, pp. 779-804.