

Оптимизация стратегии динамического ценообразования при продаже товаров с насыщаемым спросом

Кутернин Михаил Иванович

Д-р экон. наук, канд. техн. наук, проф. каф. математики и статистики
ORCID: 0000-0002-2388-5951, e-mail: kadet503122@list.ru

Государственный университет управления, г. Москва, Россия

Аннотация

Рассмотрено расширение возможностей проведения ценовой политики предприятия розничной торговли нормальными товарами при переходе к стратегии динамического ценообразования. Рынок таких товаров определен как олигополистический рынок товаров с насыщаемым спросом и назначением выпуска. Основным методом исследования аспектов ценообразования является математическое моделирование данного рынка. Для его характеристики введено понятие коэффициента насыщения этого рынка, показывающее скорость убывания равновесной цены товара при увеличении общего количества таких товаров на рынке. Разработаны специальные функции спроса, отражающие особенности нормального товара с насыщаемым спросом, построены алгоритмы оценки параметров такого товара эконометрическими методами. Сформулирована в общем виде задача оптимизации динамической цены товара, построена ее математическая модель, в которой использована специальная функция спроса. Разработан алгоритм решения данной задачи для ступенчатой ценовой функции, использующий метод условной оптимизации Лагранжа. Определена критическая область параметров, характеризующих свойства реализуемого товара, выход за пределы которой требует перехода к динамическому ценообразованию. Определены оптимальные значения ступенчатой динамической цены. Составлена методика оптимизации динамического ценообразования в конкретной ритейлерской организации, продающей нормальные товары, указаны пути совершенствования данной методики при рассмотрении конкурентной среды, в которой действует рассматриваемое предприятие.

Ключевые слова

Ценовая политика, ритейлерская компания, динамическое ценообразование, олигополистический рынок, насыщение спроса, коэффициент насыщения, оптимизация, ступенчатая функция цены, метод Лагранжа

Для цитирования: Кутернин М.И. Оптимизация стратегии динамического ценообразования при продаже товаров с насыщаемым спросом // Вестник университета. 2025. № 8. С. 154–164.

Optimizing dynamic pricing strategy when selling goods with saturated demand

Mikhail I. Kuternin

Dr. Sci. (Econ.), Cand. Sci. (Engr.), Prof. at the Mathematics and Statistics Department
ORCID: 0000-0002-2388-5951, e-mail: kadet503122@list.ru

State University of Management, Moscow, Russia

Abstract

The expansion of the possibilities of conducting the pricing policy of a retailer of normal goods during the transition to a dynamic pricing strategy has been considered. The market of such goods has been defined as an oligopolistic market of goods with saturated demand and purpose of production. The main method of researching aspects of pricing is the market mathematical modeling. To characterize it, the concept of the saturation coefficient of the market has been introduced, which shows the rate of decrease in the equilibrium price of goods with an increase in the total number of such goods on the market. Special demand functions have been developed that reflect the characteristics of a normal product with saturated demand, and algorithms for estimating the parameters of such a product using econometric methods have been built. The issue of optimizing dynamic price of a product has been formulated in a general way, and its mathematical model has been constructed, which uses a special demand function. An algorithm for solving the issue for a stepwise price function using the Lagrange conditional optimization method has been developed. A critical range of parameters characterizing the properties of a product being sold has been determined, going beyond which requires a transition to dynamic pricing. The optimal values of stepwise dynamic price have been determined. A methodology for optimizing dynamic pricing in a specific retail organization selling normal goods has been compiled, and ways to improve the methodology have been indicated when considering the competitive environment in which an enterprise in question operates.

Keywords

Pricing policy, retail company, dynamic pricing, oligopolistic market, demand saturation, saturation ratio, optimization, stepwise price function, Lagrange method

For citation: Kuternin M.I. (2025) Optimizing dynamic pricing strategy when selling goods with saturated demand. *Vestnik universiteta*, no. 8, pp. 154–164.



ВВЕДЕНИЕ

Построение стратегии ценообразования является важнейшим элементом аналитической деятельности, определяющим эффективность предприятий розничной торговли на современном потребительском рынке. При разработке такой стратегии компании ритейла учитывают свойства продаваемого товара, бизнес-цели, стоящие перед компанией, социально-экономические характеристики региона, в котором происходит торговля, стратегии конкурентов и другие аспекты, определяющие ценовое поведение компании.

Большую часть товаров, реализуемых на современном потребительском рынке, составляют так называемые нормальные товары, спрос на которые в отличие от социально значимых товаров существенно зависит от их цены и возрастает при увеличении доходов потребителя. Такие товары покупатель приобретает, если он считает цену товара соответствующей потребности в нем с учетом своего уровня доходов и возможности замены соответствующими субститутами. Нормальные товары обычно являются товарами с насыщаемым спросом, который характеризуется убывающей зависимостью равновесной рыночной цены от общего объема предложения товара на рынке соответствующего региона и уменьшающейся эластичностью спроса по цене товара при приближении рынка к насыщению данным товаром. К товарам с насыщаемым спросом относятся многие продукты питания, не являющиеся жизненно необходимыми, недорогие украшения, брендовая одежда и значительная часть предметов домашнего обихода, являющихся товарами длительного пользования. Аналогичные характеристики имеют и многие виды услуг, например, туристические или фитнес-услуги. Характеристики нормальных товаров, влияющие на разработку стратегии ритейлерских организаций, описаны в работе Е.А. Безгласной [1]. В международной торговле ярким примером рынка товаров с насыщаемым спросом является глобальный рынок энергоносителей, стратегия регулирования которого определяется выработкой совместного предложения производителей и их конкурентной борьбой за потребителя. Анализ глобальных рынков энергоносителей, в котором отражен характер спроса, дан в исследовании Т.А. Маловой и В.И. Сысоевой [2].

На потребительском рынке, особенно в крупных городах, обычно присутствует несколько ритейлерских организаций, реализующих схожие нормальные товары и часто даже одинаковую продукцию. В связи с этим потребительский рынок нормальных товаров, как правило, является рынком жесткой конкуренции предприятий розничной торговли. Его следует определить как олигополистический рынок товаров с насыщаемым спросом и назначением выпуска. Регулирование рынка таких товаров в отличие от товаров первой необходимости производится рыночными методами, где главную роль играют конкуренция предприятий ритейла. Роль государства сводится к надзору за соблюдением строгих мер антимонопольного законодательства с целью недопущения монопольного сговора ритейлерских организаций по согласованному снижению предложения на рынке¹. Примеры попыток подобного сговора постоянно появляются в средствах массовой информации².

Для достижения поставленных бизнес-целей, будь то удовлетворение покупательского спроса, расширение рынков сбыта или простейшее получение максимальной прибыли, предприятия ритейла в ходе конкурентной борьбы вынуждены работать на грани насыщения рынка, где существенную роль играет изменение эластичности спроса по цене. Следовательно, использование динамического ценообразования играет важнейшую роль в деятельности любой торговой компании. Предприятия ритейла используют разнообразные скидочные программы, подарочные сертификаты, различные варианты кешбэка или сегментации совокупности клиентов и другие методы вариации цены для достижения оптимального варианта продажи имеющегося товара. Использование всех перечисленных приемов обычно проводится на основании изучения рынка, в рамках которого работает данное предприятие, путем обобщения имеющегося опыта проведения различных акций. Между тем решение задачи оптимизации динамического ценообразования является самостоятельной научной проблемой, которая может быть решена путем математического моделирования.

Целью настоящего исследования, поставленной на первом этапе, является построение подходящей модели и разработка методики оптимизации динамического ценообразования в простейшем случае.

¹ ФАС напомнила о недопустимости создания искусственного дефицита сахара. Режим доступа: <https://www.rbc.ru/rbcfreenews/6222764c9a79474925d4cee8> (дата обращения: 03.05.2025).

² Сахарный сговор: ФАС выясняет, кто стоял за подорожанием «белого золота». Режим доступа: <https://www.gazeta.ru/business/2022/03/29/14677837.shtml> (дата обращения: 03.05.2025).

РЫНОК НОРМАЛЬНЫХ ТОВАРОВ КАК ОБЪЕКТ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Любая торговая организация является субъектом рынка того товара, который реализуется данной организацией. Поскольку на потребительском рынке нормального товара в любом конкретном регионе присутствует, как правило, несколько ритейлерских компаний, продающих сходную продукцию, а спрос на большинство нормальных товаров проявляет черты насыщения при приближении суммарного предложения данного товара к определенным пределам, рассматриваемый рынок определен во введении как олигополистический рынок товаров с насыщаемым спросом и назначением выпуска. Движущей силой такого рынка являются конкуренция и сотрудничество торгующих организаций. В общей постановке задачи математического моделирования такого рынка подходящим инструментом является теоретико-игровая концепция моделирования.

В рамках такой концепции организации ритейла являются игроками, поскольку их сотрудничество и конкуренция определяют изменение равновесных состояний рынка, а стратегиями являются объемы предложения товаров в рамках их розничной продажи. Прибыль игрока определяется его выручкой и зависит не только от его стратегии, но и от стратегий всех игроков, то есть от суммарного предложения данного товара всех конкурирующих ритейлерских организаций, составляющих олигополию данного рынка. В работе Дж. Х. Кейса для определения цены на олигополистическом рынке товара с насыщаемым спросом было предложено использовать убывающую экспоненциальную функцию [3]:

$$p = c_0 \exp\left(-\sum_{i=1}^n x_i\right), \quad (1)$$

где x_i ($i = 1, 2, \dots, n$) – объемы предложения, измеряемые в условных единицах, зависящих от типа товара или услуги, p – установившаяся рыночная цена товара, c_0 – коэффициент, устанавливающий соотношение между единицами измерения предложения и цены и выбранный так, чтобы выполнялись равенство (1).

Также предложено применить равенство (1) для построения функций выигрыша в игровой модели указанного рынка. На основании использования обратной функции спроса вида (1) в предыдущей работе автора настоящего исследования была построена такая модель [4]. Она показала возможность математического описания рынка товаров с насыщаемым спросом и разработки алгоритмов его рыночного регулирования.

В указанных исследованиях не было привязки к конкретному типу товара. Поставленная в них задача качественного описания насыщения спроса при увеличении суммарного предложения этого не требовала. Между тем в работах последнего времени в связи с необходимостью насыщения внутреннего рынка в условиях санкционных ограничений показано, что скорость насыщения рынка существенно зависит от типа товара [5]. Скорость такого насыщения может быть выражена скоростью снижения равновесной цены нормального товара при увеличении его предложения. Для характеристики этой скорости введем понятие коэффициента насыщения рынка нормального товара:

$$p = c_0 \exp\left(-k \sum_{i=1}^n x_i\right), \quad (2)$$

где k – коэффициент насыщения рынка данного товара в данном регионе или на данном предприятии ритейла, остальные величины имеют тот же смысл, что и в формуле (1).

Коэффициент насыщения k показывает скорость снижения спроса на товар при увеличении его цены. Из формулы (2) имеем:

$$\frac{dx_i}{x_i} = -r \cdot \frac{dp}{p}, \quad r = \frac{1}{kx_i}, \quad (3)$$

где r – коэффициент эластичности спроса на товар по его цене.

Как видно из формулы (3), эластичность спроса по цене убывает при увеличении предложения товара, что характерно для нормальных товаров и говорит о насыщении спроса, скорость которого характеризуется коэффициентом насыщения k .

Для характеристики олигополистического рынка необходимо рассмотрение стратегий всех производителей, совместно формирующих суммарное предложение. Для случая международной торговли

энергоносителями соответствующая игровая модель была построена в другой работе автора настоящего исследования [6]. Там решались другие задачи, для которых требовалось построение общей модели рынка энергоносителей, но задача определения оптимальной динамической стратегии ценообразования не ставилась. В настоящем исследовании поставлена задача оптимизации динамической стратегии одного игрока, которая на первом этапе должна быть решена при выполнении ряда предположений, не требующих построения общей модели. Такая стратегия выражается в определении наилучшего варианта изменения цены конкретного товара в течение некоторого промежутка времени, который будем принимать за единичный (например, выбрать срок годности товара, за который должна быть продана вся имеющаяся партия данного товара). В таком случае для определения устойчивого состояния рынка, в котором каждая компания имеет максимальные показатели выручки, рассматривается концепция равновесия по Нэшу, в котором никому не выгодно менять свою линию поведения при неизменных стратегиях других игроков [7]. Такой подход имеет право на существование на первом этапе исследования только при условии строгого соблюдения мер антимонопольного законодательства, исключающего кооперативное поведение ритейлеров.

При постоянных стратегиях конкурентов для компании-ритейлера формула (2) преобразуется в выражение:

$$p = c \cdot \exp(-kx), \quad (4)$$

где x – количество товара, измеряемое в условных единицах, которое должно быть полностью реализовано за единичный промежуток времени, равный, например, сроку годности товара, p – цена товара, устанавливаемая организацией розничной торговли, c – коэффициент, устанавливающий соотношение между единицами измерения количества товара и его цены, выбранный так, чтобы выполнялось равенство (4), и зависящий от линии поведения ритейлеров-конкурентов, k – коэффициент насыщения рынка данного товара на данном предприятии ритейла при имеющей место стратегии конкурентов, параметры которой предполагаются неизменными в состоянии равновесия рынка (данный параметр включает как свойства самого товара, так и показатели внешней среды, в которую входят организации, торгующие аналогичным товаром).

Простейшим случаем выполнения последнего условия является функционирование изолированной торговой организации, при котором компании-конкуренты отсутствуют. В этом случае коэффициент c выполняет только функцию согласования единиц измерения объема продаж и цены товара при условии выполнения равенства (4). Рынок рассматриваемого товара при выполнении условия постоянства показателей действия конкурентов или рынок товара в изолированной торговой организации будем называть локальным рынком данного товара.

Для определения коэффициентов c и k эконометрическими методами удобнее рассмотреть функцию спроса на рассматриваемый товар в данной торговой организации, которая является обратной к функции (4):

$$x = a - b \cdot \ln p; \quad a = \ln c / k; \quad b = 1 / k. \quad (5)$$

Компании розничной продажи некоторого товара всегда имеют большой объем статистического материала, поэтому неизвестные коэффициенты a и b могут быть определены путем включения уравнения (5) в спецификацию простейшей модели парной линейной регрессии:

$$x_t = a - b \cdot (\ln p)_t + u_t. \quad (6)$$

Изучив имеющиеся статистические данные, мы можем выбрать подходящий метод оценивания коэффициентов a и b . В простейшем случае выполнения обычного предположения модели парной линейной регрессии о нормальном распределении ошибки регрессии u_t с нулевым средним и постоянной дисперсией эти коэффициенты могут быть получены как МНК-оценки коэффициентов модели (6). Состоятельные оценки этих параметров могут быть получены доступным методом наименьших квадратов [8]. Затем из системы (5) должны быть получены оценки коэффициентов c и k .

Сделаем еще одно предположение, касающееся рассматриваемого локального рынка нормального товара, играющее существенную роль при построении оптимальной программы динамического ценообразования. Это предположение состоит в равномерности реализации товара за рассматриваемый единичный промежуток времени. Практика показывает, что при обычных режимах функционирования предприятия

ритейла на ограниченном промежутке времени это предположение справедливо. В работе О.А. Косорукова и О.А. Свиридовой показано, что его можно считать выполненным при довольно общих допущениях, наложенных на работу предприятия [9]. Математически это предположение выглядит следующим образом. Если при цене p на рассматриваемом торговом предприятии полностью реализуются за единичный промежуток времени $x(p)$ единиц товара, то за меньший промежуток времени t_0 на этом предприятии данный товар будет продан в количестве $x(p)t_0$. Тогда в случае изменения цены товара во времени при $0 < t < 1$ по закону $p(t)$ за элементарный промежуток времени dt товар будет продан в количестве $x(p)dt$.

Установлено, что в общем случае математическая модель рынка товара с насыщаемым спросом может представлять игровую модель, в которой игроками являются конкурирующие ритейлерские организации, а их выигрыш определяется функциями прибыли. В случае выполнения ряда предположений стабилизация рынка предполагает поиск равновесия по Нэшу, в котором для максимизации функции выигрыша требуется построение оптимальной стратегии одного игрока при неизменном поведении других. В такой постановке не требуется построение общей модели рынка, а поиск оптимальной стратегии ценообразования основан на использовании динамической ценовой функции. Теперь перейдем к формулировке задачи оптимального динамического ценообразования.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ДИНАМИЧЕСКОГО ЦЕНООБРАЗОВАНИЯ

Пусть в изолированной организации розничной торговли некоторым потребительским товаром с насыщаемым спросом или в ритейлерской компании, действующей в условиях неизменного поведения конкурентов, реализуется X единиц некоторого товара, имеющего ограниченный срок годности. Требуется построить оптимальную стратегию изменения цены данного товара в течение срока годности, которая обеспечит полную реализацию имеющегося товара и получение максимально возможной суммарной выручки от реализации всего количества данного товара.

Построим математическую модель данной задачи условной оптимизации. Начнем с условия реализации товара в заданном количестве за фиксированный промежуток времени. В задаче срок реализации товара совпадает со сроком годности. При этом предполагается, что весь товар в количестве X приобретен компанией ритейла в начале срока. Примем срок годности товара за единицу измерения времени. В задаче считается выполненным предположение о равномерности реализации товара за рассматриваемый единичный промежуток времени.

Пусть функция спроса на товар за единичный промежуток времени имеет заданный вид:

$$Q = Q(p), \quad (7)$$

где p – цена товара, постоянная на всем промежутке времени $0 < t < 1$, Q – количество товара, которое будет реализовано за единичный промежуток времени.

Тогда при выполнении предположения о равномерности реализации товара условие реализации товара в количестве X выглядит так:

$$\int_0^1 Q(p(t))dt = X. \quad (8)$$

Аналогично может быть получено выражение для целевой функции оптимизационной задачи. Если при постоянной цене p за единичный промежуток времени реализуется товар в количестве Q , то при меняющейся цене $p(t)$ прибыль, которую будем считать равной выручке, от продажи товара за элементарный промежуток времени dt равна $p(t)Q(p(t))dt$. Задача оптимального динамического ценообразования в самом общем виде теперь выглядит так:

$$\begin{aligned} \text{Pr} = \int_0^1 p(t)Q(p(t))dt - \max \\ \left\{ \begin{aligned} &\int_0^1 Q(p(t))dt = X \\ &p(t) > 0 \\ &p(t), (0 \leq t \leq 1) - ? \end{aligned} \right. \quad (9) \end{aligned}$$

Используем функцию спроса (5), определенную в предыдущем разделе для товаров с насыщаемым спросом:

$$Q(t) = a - b \cdot \ln p(t). \quad (10)$$

Задачи (9)–(10) представляют собой задачи условной максимизации, где неизвестной является функция, выражающая изменения цены с течением времени. При этом как целевая функция, так и ограничения данной задачи выражены интегральными равенствами. Решение подобных задач требует ряда предварительных допущений. В работе Н.М. Дмитрука и М.М. Вабищевича для решения подобной задачи оптимального динамического ценообразования был использован принцип максимума Понтрягина [10]. Изменение цены предполагалось при переходе к новым образцам товара, что потребовало совместного решения задач оптимизации производственной программы и динамического ценообразования.

В задачах (9)–(10) изменение цены производится на меньшем промежутке времени, тем не менее решение требует выбора неизвестной функции определенного вида, содержащего оптимизируемые параметры. Поскольку изменение цены товара на предприятии розничной торговли происходит дискретно, только в определенные моменты времени, в качестве неизвестной функции $p(t)$ будем использовать кусочно-постоянную функцию. Допустимое количество изменений цены и их характер зависят от конкретных условий каждой компании. Для построения методики динамической оптимизации, не нарушая общности, достаточно рассмотреть простейший случай неизвестной ступенчатой функции $p(t)$ с одним возможным переключением значения цены в середине рассматриваемого интервала:

$$p(t) = \begin{cases} p_1, t \in (0; 0,5) \\ p_2, t \in (0,5; 1) \end{cases}. \quad (11)$$

После подстановки функции (11) в задачи (9)–(10) получим следующий вид задачи оптимизации:

$$\begin{cases} \text{Pr} = (a(p_1 + p_2) - b \cdot (p_1 \ln p_1 + p_2 \ln p_2)) / 2 - \max \\ a - b \cdot \ln(p_1 p_2) / 2 = X \\ p_1 \geq 0, p_2 \geq 0 \\ p_1, p_2 - ? \end{cases}. \quad (12)$$

В данной задаче неизвестными оптимизируемыми параметрами являются значения цены в двух половинах рассматриваемого временного интервала, который является периодом годности данного товара. Задача (12) не меняется при перестановке переменных p_1 и p_2 , поэтому для определенности к системе ограничений естественно добавить условие невозрастания цены при приближении времени к окончанию срока годности товара:

$$p_1 \geq p_2. \quad (13)$$

В рассматриваемой задаче при выполнении принятых ограничений существует взаимно однозначное соответствие между ценой товара и его количеством, реализуемым торговой организацией за единичный промежуток времени. В связи с этим задачи (12)–(13) можно привести к более удобному для решения виду, содержащему в качестве неизвестных параметров объемы продаж товара, реализуемого в двух половинах рассматриваемого единичного временного интервала. Если эти объемы обозначить через Y и Z , то приведение к такому виду можно получить, сделав в задачах (12)–(13) следующую замену переменных, вытекающую из равенств (4) и (5):

$$p_1 = c \cdot e^{-2kY}; \quad p_2 = c \cdot e^{-2kZ}; \quad a = \ln c / k; \quad b = 1 / k. \quad (14)$$

После замены (14) задачи оптимизации (12)–(13) принимают вид:

$$\begin{cases} \text{Pr} = 2c(Y \cdot e^{-2kY} + Z \cdot e^{-2kZ}) - \max \\ Y + Z = X \\ Y \geq 0; Z \geq 0; Y \leq Z \\ Y, Z - ? \end{cases}. \quad (15)$$

Дадим экономическую интерпретацию задачи (15). Экзогенными переменными являются параметры X – общее количество товара с насыщаемым спросом, который должен быть полностью реализован в течение своего срока годности, k – коэффициент насыщения рынка данного товара, показывающий скорость насыщения этого рынка при увеличении объема предложения. Неизвестными оптимизируемыми параметрами в задаче (15) являются Y и Z – объемы реализации товара в двух половинах допустимого интервала продажи. Целевая функция равна суммарной прибыли от продажи товара в течение всего его срока годности, равенство, входящее в систему ограничений, показывает требование полной реализации имеющегося товара, а неравенства представляют собой естественные требования неотрицательности объемов продажи и неубывания этих объемов при невозрастании цены, вызванном приближением конца срока годности товара. Теперь перейдем к решению данной задачи.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ДИНАМИЧЕСКОГО ЦЕНООБРАЗОВАНИЯ ТОВАРА

Задача (15) представляет собой задачу на условный максимум с одним уравнением связи, и она может быть решена методом Лагранжа [11]. Поскольку коэффициент $2c$ не влияет на максимизацию целевой функции, функция Лагранжа имеет вид:

$$L(Y, Z, \lambda) = Y \cdot e^{-2kY} + Z \cdot e^{-2kZ} + \lambda(Y + Z - X). \quad (16)$$

Применяя к функции (16) необходимый признак существования условного экстремума задачи (15), получим, что точками условного экстремума этой задачи могут быть точки (Y, Z) двух видов:

$$Y = Z = X / 2, \lambda = (kX - 1)e^{-kX}; \quad (17)$$

где Y и Z – неравные корни уравнения:

$$e^{-2kt}(1 - 2kt) = -\lambda, \lambda \in (0; e^{-2}). \quad (18)$$

Стационарная точка вида (17) существует при любых значениях внешних параметров X и k . Исследование уравнения (18) несложными методами дифференциального исчисления показывает, что неравные корни этого уравнения всегда существуют при выполнении неравенства:

$$kX > 2, \quad (19)$$

при этом выполнены соотношения:

$$\frac{1}{2k} < Y < \frac{1}{k}; Z > \frac{1}{k}; Y + Z = X. \quad (20)$$

При выполнении неравенства (19), которое в реальных условиях всегда справедливо при достаточном количестве имеющегося товара, существует единственная точка (Y, Z) , удовлетворяющая условиям (18) и (20). Числа Y и Z являются неравными корнями уравнения:

$$e^{-2kY}(1 - 2kY) = e^{-2kZ}(1 - 2kZ). \quad (21)$$

Конкретные значения переменных Y и Z могут быть найдены численно из системы условий (20)–(21) при любых значениях X и k , удовлетворяющих условию (19). Применение достаточного признака условного экстремума показывает, что точка вида (18) при любом X является точкой условного максимума целевой функции задачи (15), то есть решением этой оптимизационной задачи. Зная переменные Y и Z , по формулам (14) вычисляем искомые значения цен p_1 и p_2 . В приведенном ниже примере будет показано, что значение функции прибыли при изменении цены в середине рассматриваемого интервала может увеличиваться на несколько процентов по сравнению с постоянным значением цены, при которой продается весь товар. При невыполнении условия (19), то есть при малом количестве продаваемого товара точкой условного максимума рассматриваемой целевой функции является точка, в которой Y и Z равны $X/2$, цена при этом определяется по формуле (4), и максимальную выручку дает вариант с неизменной ценой.

Заметим, что описанный выше алгоритм оптимизации кусочно-постоянной ценовой функции с одним переключением в середине области определения несложно переносится на случай функции с большим числом переключений цены путем увеличения числа неизвестных параметров и аналогичного применения метода Лагранжа.

В заключение данного раздела приведем численный пример, демонстрирующий полученные результаты. Пусть в торговой организации имеется некоторый нормальный товар с коэффициентом насыщения $k = 0,15$ в количестве $X = 15$. Постоянная цена, обеспечивающая продажу всего товара за установленный временной промежуток, и получаемая при этом прибыль равны:

$$p = c \cdot \exp(-kX) \approx 0,105c; \quad \text{Pr}_0 = pX \approx 1,58c. \quad (22)$$

Численно решив систему (20)–(21), мы получим:

$$Y = 4,54; Z = 10,46; p_1 = 0,256c; p_2 = 0,043c; \text{Pr} \approx 1,62c. \quad (23)$$

Из полученных в равенствах (22) и (23) результатов видим, что по сравнению со случаем постоянной цены ее увеличение примерно в 2,4 раза в первой половине срока продажи и такое же уменьшение во второй половине дает более 2,5 % прироста выручки от продажи всего имеющегося количества товара. В целом исследования показывают, что при выполнении условия (19) в зависимости от значения коэффициента насыщения и количества имеющегося товара увеличение прибыли за счет оптимизации цены в двух половинах срока годности товара может составить от нескольких долей до 10–15 %. Теперь можно сформулировать методику оптимизации динамического ценообразования.

МЕТОДИКА ОПТИМИЗАЦИИ ДИНАМИЧЕСКОГО ЦЕНООБРАЗОВАНИЯ НОРМАЛЬНОГО ТОВАРА

Разработанные в работе алгоритмы оптимизации цены товара построены при выполнении ряда следующих предположений:

- организация розничной торговли осуществляет продажу товара с насыщаемым спросом, для которого обратная функция спроса имеет вид, определенный равенством (1);
- рассматривается изолированная торговая организация, действующая при отсутствии конкурентов, или торговая политика конкурентов, касающаяся объема продаж и цены товара, остается неизменной;
- рассматривается продажа товара с ограниченным сроком годности;
- справедливо предположение о примерной равномерности приобретения товара покупателями при неизменной цене в течение всего периода продажи;
- ритейлерская компания получает товар одной партией с одинаковым сроком годности, продажа товара осуществляется в период срока годности;
- рассматривается только возможность деления периода продажи товара на две равные половины, в каждой из которых цена сохраняется постоянной;
- в ритейлерской организации имеется большой объем статистических данных, полученных в результате опыта предыдущих продаж;
- задача решается в детерминированной постановке.

При выполнении данных ограничений методика оптимизации динамического ценообразования выглядит следующим образом.

1. Выбрать условные единицы измерения времени, количества товара и условную денежную единицу. За единицу измерения времени следует принять срок годности товара. Единица измерения количества товара и денежная единица выбираются в соответствии с типом товара, его стоимостью и объемом реализуемой партии. Определить объем партии X в выбранной системе единиц.

2. По имеющимся статистическим данным проводится оценка коэффициентов регрессионного уравнения (6). Для этого предварительно провести тесты имеющихся данных на гетероскедастичность и наличие автокорреляции ошибок. Поскольку статистические данные получены в одной организации, определение статистики Дарбина-Уотсона обязательно, и в случае наличия авторегрессии следует применить, например, процедуру Кохрейна Оркатта [12]. В результате проведенных тестов необходимо

выбрать подходящий метод оценивания коэффициентов уравнения (6) и провести оценку коэффициентов a и b , а затем по формуле (5) найти оценки показателей c и k .

3. Принять, что товар продается в течение срока годности.

4. Проверить выполнение условия (19). В случае его невыполнения оптимальной стратегией ценообразования является сохранение постоянной цены в течение всего периода продажи. Эта цена может быть найдена по формуле (4).

5. В случае выполнения условия (19) решить задачу оптимизации (15). Для этого любым известным численным методом решить систему уравнений и неравенств (20)–(21). Система всегда имеет единственное решение. В результате определить значения параметров Y и Z .

6. По формуле (14) найти оптимальные значения цен товара p_1 и p_2 в течение первой и второй половин срока годности товара.

7. Оптимальной стратегией динамического ценообразования при сделанных предположениях является установление постоянной цены p_1 на первой половине срока годности товара и цены p_2 – на второй.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для современных компаний розничной продажи задача нахождения оптимальной стратегии ценообразования является одной из важнейших задач, от решения которой зависит достижение необходимых показателей функционирования, определенных в бизнес-программе компании. Важность оптимизации динамического ценообразования подтверждается многочисленными мероприятиями, проводимыми компаниями ритейла, целью которых всегда является определение наиболее подходящей линии поведения компании на данном сегменте рынка, а средством – сегментирование потребительского рынка по многим показателям: времени торговли, возрасту покупателей, уровню их доходов, разнообразию предпочтений и т.д.

В работе поставлена задача определения направлений исследования, целью которого является оптимизация процесса, в ходе которого проводятся все перечисленные и многие другие акции. В процессе решения этой задачи сделаны значительные упрощающие предположения, которые перечислены в заключительном разделе работы. Рассмотрение этих предположений должно стать предметом дальнейших исследований и привести к решению задачи в более общей постановке.

По результатам исследования можно сформулировать следующие выводы:

- в условиях современного города рынок нормальных товаров является олигополистическим рынком товаров с насыщенным спросом и назначением выпуска, для которого характерны уменьшение спроса при увеличении цены товара и снижение эластичности спроса по цене при приближении к насыщению рынка;
- введено понятие коэффициента насыщения рынка рассматриваемого товара, которое характеризует скорость насыщения рынка при увеличении предложения товара и позволяет построить функцию спроса;
- решение задачи оптимизации динамического ценообразования требует рассмотрения системы предприятий ритейла, действующих в определенном регионе и являющихся субъектами единого рынка рассматриваемого товара, при этом движущей силой этого рынка являются конкуренция и сотрудничество ритейлерских компаний, поэтому подходящим средством исследования такого рынка выступает его теоретико-игровое моделирование (построение такой модели предполагается как основное направление дальнейших исследований);
- выполнение жестких мер антимонопольного законодательства позволяет на обычных режимах работы предприятия ритейла рассматривать его как изолированную структуру, действующую в рамках неизменной среды, характеристики которой отражены в коэффициенте насыщения рассматриваемого товара, являющемся экзогенным параметром задачи;
- в общем виде построена математическая модель задачи оптимизации динамического ценообразования, определены пути ее упрощения для случая локального рынка изолированного торгового предприятия;
- подходящим вариантом оптимизируемой обратной функции спроса для рассматриваемого рынка является кусочно-постоянная функция, параметры которой зависят от свойств товара и объемов продаж;
- существует критическая область значений экзогенных параметров модели, в число которых входят коэффициент насыщения товара и объем его продаж, и при выходе за границы данной области оптимизация процесса продажи требует перехода к динамическому ценообразованию;
- найдены оптимальные уровни цен товара для различных значений экзогенных параметров;

- переход к динамическому ценообразованию позволяет в зависимости от значений экзогенных параметров модели достичь увеличения прибыли в несколько процентов при однократном изменении цены в середине периода торговли;
- разработана пошаговая методика оптимизации ценообразования для двухступенчатой ценовой функции и определены пути перехода к ценовой функции более общего вида.

Список литературы

1. Безгласная Е.А. Путеводитель по элементарной экономике: эластичность экономических процессов. Региональное развитие. 2017;5.
2. Малова Т.А., Сысоева В.И. Мировой рынок нефти: поиск равновесия в условиях новой «нефтяной» реальности. Вестник МГИМО Университета. 2016;6(51):115–124.
3. Case J.H. Economics and the competitive process. New York; 1979.
4. Кутернин М.И. Рыночное регулирование олигополистического рынка товаров с насыщенным спросом. Экономика: вчера, сегодня, завтра. 2023;1-1(13):137–147. <https://doi.org/10.34670/AR.2023.59.45.015>
5. Храмова А.В., Хоруженко С.А. Применение мер параллельного импорта на внутреннем рынке для насыщения ассортимента (на примере некоторых товарных групп). Вестник Национального Института Бизнеса. 2023;2(50):211–217.
6. Кутернин М.И. Кооперативное поведение участников мирового рынка нефти в условиях санкционных ограничений. Экономический анализ: теория и практика. 2025;5(24):146–163. <https://doi.org/10.24891/ea.24.5.146>
7. Мулен Э. Теория игр с примерами из математической экономики. М.: Мир; 1985. 108 с.
8. Магнус Я.Р., Катышев П.К., Пересецкий А.А. Эконометрика. М.: Дело; 2021. 504 с.
9. Косоруков О.А., Свиридова О.А. Управление запасами продукции с ограниченным сроком хранения в условиях неопределенности спроса. Вестник Российского экономического университета имени Г.В. Плеханова. 2024;6(21):15–22. <https://doi.org/10.21686/2413-2829-2024-6-15-22>
10. Дмитриук Н.М., Вабищевич М.М. Оптимальное ценообразование, производство и планирование новых выпусков товаров длительного пользования. Экономика, моделирование, прогнозирование. 2023;17:72–84.
11. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. М.: Наука; 1979. 432 с.
12. Cochran D., Orcutt G.H. Application of Least Square Regression to Relationships Containing Auto-Correlated Error Terms. Journal of the American Statistical Association. 1949;44(245):32–61.

References

1. Bezglassnaya E.A. A Guide in Based Economics: Elasticity of Economic Processes. Regional development. 2017;5. (In Russian).
2. Malova T.A., Sysoeva V.I. The world oil market: the search for balance in the new “oil” reality. MGIMO Review of International Relations. 2016;6(51):115–124. (In Russian).
3. Case J.H. Economics and the competitive process. New York; 1979.
4. Kuternin M.I. Market regulation of oligopolistic markets for goods with saturated demand. Economics: yesterday, today, tomorrow. 2023;1-1(13):137–147. (In Russian). <https://doi.org/10.34670/AR.2023.59.45.015>
5. Khramova A.V., Khoruzhenko S.A. Application of parallel import measures in the domestic market to saturate the assortment (by the example of some product groups). Bulletin of the National Institute of Business. 2023;2(50):211–217. (In Russian).
6. Kuternin M.I. Cooperative behavior of the global oil market participants under sanctions restrictions. Economic Analysis: Theory and Practice. 2025;5(24):146–163. (In Russian). <https://doi.org/10.24891/ea.24.5.146>
7. Moulin E. Game theory with examples from mathematical economics. Moscow: Mir; 1985. 108 p. (In Russian).
8. Magnus Ya.R., Katyshev P.K., Peresetsky A.A. Econometrica. Moscow: Delo; 2021. 504 p. (In Russian).
9. Kosorukov O.A., Sviridova O.A. Managing Stocks of Perishable Goods in Conditions of Demand Uncertainty. Vestnik of the Plekhanov Russian University of Economics. 2024;6(21):15–22. (In Russian). <https://doi.org/10.21686/2413-2829-2024-6-15-22>
10. Dmitruk N.M., Vabishevich M.M. Optimal pricing, production and planning of new releases of durable goods. Economics, modeling, forecasting. 2023;17:72–84. (In Russian).
11. Alekseev V.M., Tikhomirov V.M., Fomin S.V. Optimal control. Moscow: Nauka; 1979. 432 p. (In Russian).
12. Cochran D., Orcutt G.H. Application of Least Square Regression to Relationships Containing Auto-Correlated Error Terms. Journal of the American Statistical Association. 1949;44(245):32–61.